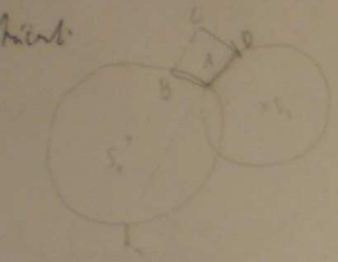
Juránek Jakub
učo 393110

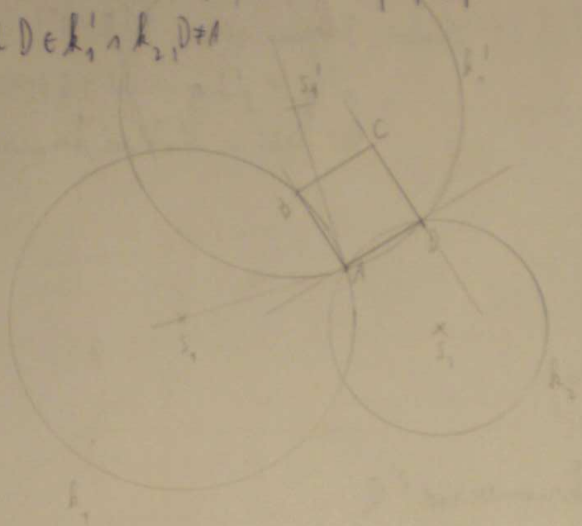
2a) Jsou dány dvě nesoustředné kružnice $k_1(S_1, r_1)$, $k_2(S_2, r_2)$ se protínají v bodě A.
Sestrojte čtverec ABCD tak, aby B ležel na k_1, vrchol D na kružnici k_2.

Rozbor: Uvažme rotaci $R(A, 90°)$: $B \to D$, $k_1 \to k_1'$

Bod $D \in k_1' \cap k_2$, $D \neq A$

Náčrt:





Postup konstrukce

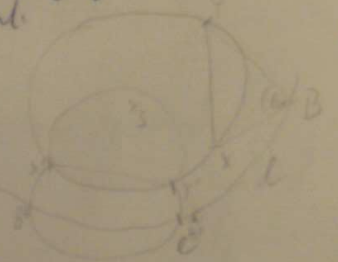
1. k_1'; $R(A, 90°): k_1 \to k_1'$
2. D; $D \in k_1' \cap k_2$, $D \neq A$
3. B; $R(A, -90°)$: $D \to B$
4. čtverec ABCD

Počet řešení závisí na existenci druhého průsečíku k_1' a k_2. Rotaci můžeme provést na obě strany

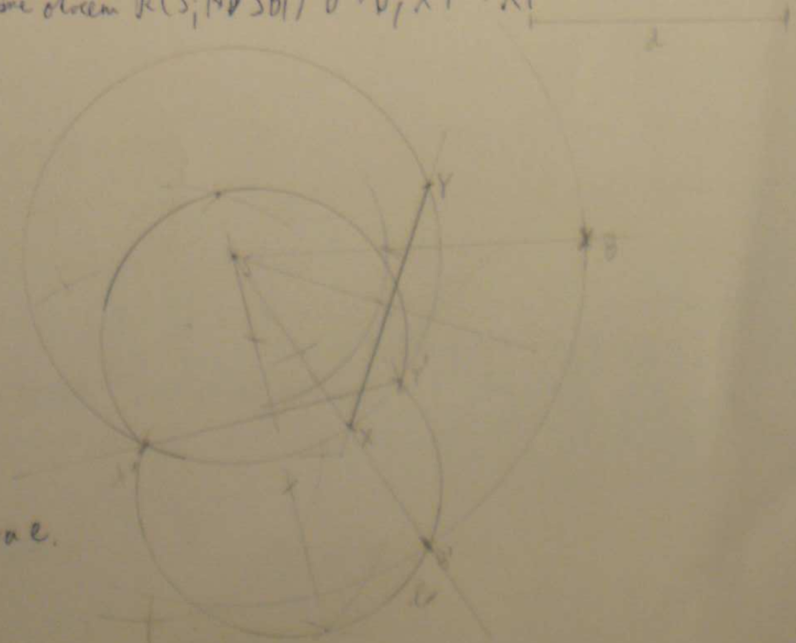
$0, 2, \infty$

b) Je dána kružnice $k(S, r)$, bod B a úsečka délky d. Sestrojte tětivu XY kružnice k délky d tak, aby byla vidět z bodu B pod úhlem 60°.

Náčrt:



Rozbor: Uvažme libovolnou tětivu $X'Y'$ kružnice k délky d.
Dále uvažme ekvigonálu e nad $X'Y'$ pro úhel 60° a kružnici $l(S, |SB|)$
$B' \in l \cap e$
Nyní uvažme otočení $R(S, |\angle B'SB|)$: $B' \to B$, $X'Y' \to XY$



Postup konstrukce:

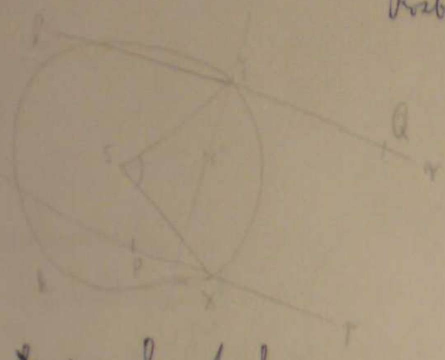
1. $X'Y'$; $X', Y' \in k$, $|X'Y'| = d$
2. e; ekvigonála nad $X'Y'$ pro úhel 60°
3. l; $l(S, |SB|)$
4. B'; $B' \in l \cap e$
5. XY; $R(S, |\angle B'SB|)$: $X'Y' \to XY$

Počet řešení závisí na počtu průsečíků l a e.

0, 1, 2 řešení

c) Je dána kružnice $k(S, r)$ a dva různé body P, Q, z nichž jeden leží uvnitř a druhý vně kružnice k. Sestrojte dvě rovnoběžky p, q procházející po řadě body P, Q tak, aby protínaly kružnici k v bodech X, Y omezující čtvrtinu kružnice k.

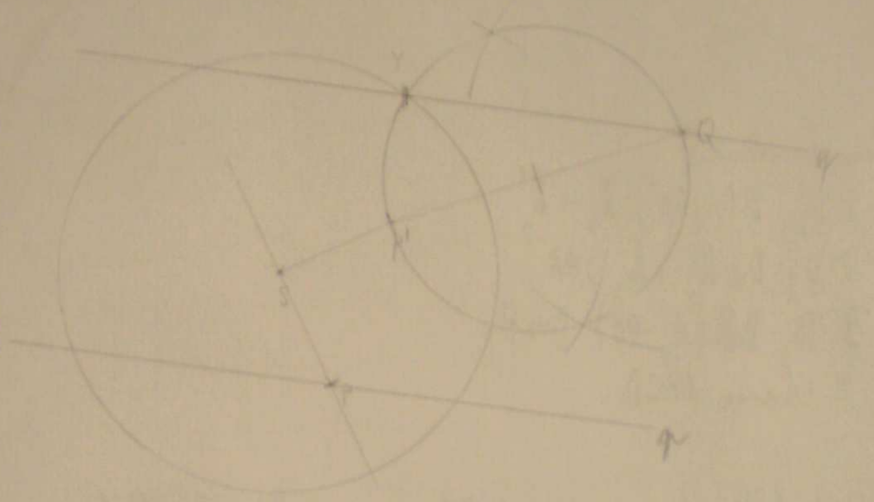
Řešení:



Rozbor: Uvažme rotaci $R(S, 90°)$: $X \to Y$, $P \to P'$, $p \to p'$

$p \parallel q \Rightarrow p' \perp q \Rightarrow |\sphericalangle P'YQ| = 90°$

$\Rightarrow Y$ leží na Thaletově kružnici nad PQ



Postup ~~kružnice~~ konstrukce:

1. P', $R(S, 90°)$: $P \to P'$
2. l, l je Thaletova kružnice nad $P'Q$
3. Y, $Y \in k \cap l$
4. q, $q = \overleftrightarrow{YQ}$
5. p, $P \in p \parallel q$

Počet řešení závisí na počtu průsečíků k a l, ovšem P: P' leží ~~vně~~ uvnitř k a Q vně k $\Rightarrow$ vždy 2 průsečíky. Přímky p, q ale budou dělit kružnici k na čtvrtiny. Rotaci můžeme provést na obě strany

2, 4 řešení